



Universidad Nacional de Salta

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS  
Av. Bolivia 5150 - 4400 - Salta  
Tel. (0387)425-5408 - Fax (0387)425-5449  
República Argentina

SALTA, 14 de octubre de 2017

EXPTE. N° 8546/2017

RESCD-EXA N°: 430/2017

VISTO: la nota que corre agregada a fs. 01 de las presentes actuaciones, por la cual se tramita la aprobación del Programa, Régimen de Correlativas y el Régimen de Regularidad de la asignatura Optativa Variedades Diferenciales, para la Carrera de Licenciatura en Matemática (Plan 2000), y

CONSIDERANDO:

Que la Comisión de Carrera respectiva, aconseja la aprobación del Programa, Régimen de Correlativas y el Régimen de Regularidad de la asignatura antes mencionada.

Que el Departamento de Matemática en su despacho de fs. 06 vta., aconseja favorablemente.

Que la Comisión de Docencia e Investigación, en su despacho de fs. 07, aconseja aprobar el Programa y Régimen de Regularidad de la asignatura Optativa Variedades Diferenciales.

Que el Consejo Directivo en su sesión ordinaria del día 09/08/2017, aprueba por unanimidad el despacho de la Comisión de Docencia e Investigación.

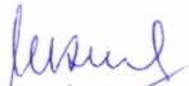
POR ELLO:

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS  
R E S U E L V E

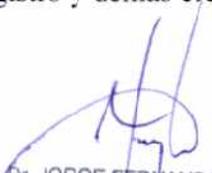
ARTÍCULO 1.- Aprobar, a partir del período lectivo 2017, el Programa, Régimen de Correlativas y Régimen de Regularidad de la asignatura Optativa Variedades Diferenciales, para la Carrera de Licenciatura en Matemática (Plan 2000), y que como Anexo forma parte de la presente Resolución.

ARTÍCULO 2°.- Hacer saber a la Dra. Silvina CAMPOS, Departamento de Matemática, Comisión de Carrera de Licenciatura en Matemática, Departamento Archivo y Digesto y siga a la Dirección de Alumnos para su toma de razón, registro y demás efectos. Cumplido, archívese.

RGG

  
Dra. MARÍA RITA MARTEARENA  
SECRETARÍA ACADÉMICA Y DE INVESTIGACIÓN  
FACULTAD DE CS. EXACTAS - UNSa



  
Dr. JORGE FERNANDO YAZLLE  
DECANO  
FACULTAD DE CS. EXACTAS - UNSa



ANEXO - RESCD-EXA N°: 430/2017 - EXPTE. N° 8546/2017

Asignatura: Optativa Variedades Diferenciales.  
Carrera: Licenciatura en Matemática (Plan 2000).  
Departamento o Dependencia: Departamento de Matemática.  
Fecha de presentación: 30/06/2017  
Profesora Responsable: Dra. Silvina Campos  
Modalidad de dictado: cuatrimestral

CONTENIDOS MINIMOS DE LA ASIGNATURA

FUNDAMENTOS DE LA ASIGNATURA

Las variedades están en todos lados. Estas generalizaciones de curvas y superficies a dimensiones arbitrarias proporcionan un contexto matemático adecuado. Hoy en día las herramientas de la teoría de variedades son indispensables en muchos campos de la matemática pura y fuera de la matemática pura comienzan a ser muy importantes para científicos de diversos campos como la genética, robótica, economía, la ingeniería biomédica, y por supuesto, la física teórica. Ya no es solo objeto de estudio de los especialistas en Geometría Diferencial sino que, la teoría de variedades es ahora una de las habilidades básicas que los estudiantes de matemática deben adquirir tan pronto como sea posible. Durante los últimos siglos, los matemáticos han desarrollado una poderosa colección de máquinas conceptuales diseñadas para permitirnos mirar cada vez más profundamente el mundo invisible de la geometría en dimensiones superiores.

En el estudio de las curvas y superficies en el espacio euclideo tridimensional  $\mathbb{R}^3$  se observa que existen ciertos subconjuntos de  $\mathbb{R}^3$  que poseen determinadas propiedades o cualidades, algunas de ellas muy intuitivas, por las cuales merecen la pena estudiarlos con detenimiento. Entre estas propiedades se destacan las siguientes:

- (1) existencia de cierto grado de "diferenciabilidad", que se asocia con la ausencia de picos, vértices o aristas; y
- (2) existencia de recta o plano tangente, cualidad que nos obliga a exigir que dichos subconjuntos no tengan 'autointersecciones'.

Las diferencias entre curvas y superficies se empiezan a notar ya desde el mismo momento de su definición. Intuitivamente, una curva en  $\mathbb{R}^3$  se construye a partir de una línea recta doblándola en un plano que la contenga, lo que le proporciona su curvatura, y retorciéndola para sacarla de dicho plano, lo que nos permite asignarle una segunda curvatura, la torsión. Por el contrario, la definición de superficie se hace de forma local, considerando 'trozos' que se solapan adecuadamente. No obstante, tanto unas como otras pueden extenderse en varias direcciones: aumentando la 'dimensión', aumentando la 'codimensión' y generalizando el espacio ambiente.

No es difícil encontrar subconjuntos de  $\mathbb{R}^n$  que gozan de propiedades similares a las curvas y superficies pero que, sin embargo, no son ni lo uno ni lo otro. Esto lleva necesariamente a la introducción de un nuevo concepto.

Existen diversas formas de introducir la noción de variedad diferenciable, muchas de las cuales parten de la idea de espacio topológico o variedad topológica. Nosotros preferimos introducir las estructuras diferenciables sobre un conjunto sin ninguna otra estructura adicional, tal y como se hace en los textos de la bibliografía propuesta.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL: Generalizar el cálculo diferencial e integral y el análisis vectorial (que se suponen ya conocidos en el ámbito de los espacios  $\mathbb{R}^n$ ), a ciertos espacios denominados variedades diferenciables, y que son espacios que localmente (en torno a cada punto) pueden ser tratados (desde el punto de vista diferenciable) como abiertos del espacio  $\mathbb{R}^n$  por medio de sistemas locales de coordenadas. Este objetivo, se enmarca como una continuación natural de los contenidos de la asignatura Geometría Diferencial de curvas y superficies.

///...

*Handwritten signature and initials*



ANEXO - RESCD-EXA N°: 430/2017 - EXPTE. N° 8546/2017

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Que el alumno desarrolle las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso a través del estudio de las variedades diferenciables.

Que el alumno logre incorporar los conceptos impartidos en esta asignatura.

Que el alumno se capacite para la utilización de los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones. Que el alumno se convenza de la significativa importancia de los métodos de la teoría de variedades en la resolución de diversos problemas.

Que el alumno logre reconocer objetos de diversas áreas de la matemática como variedades diferenciales.

PROGRAMA

UNIDAD I: VARIEDADES. Variedades diferenciables. Ejemplos. Funciones diferenciables. Vectores tangentes. Espacio tangente de una variedad en un punto. Base de vectores coordenados. Velocidad de una curva. La diferencial de una función y su matriz respecto de bases de vectores coordenados. La regla de la cadena. Estructura diferenciable del espacio tangente. Particiones de la unidad. Inmersiones. **Subvariedades**. Subvariedades incrustadas. Ejemplos. Teorema de la Función Inversa. Funciones independientes en un punto de una variedad. Condiciones necesarias o suficientes para que funciones en un abierto de una variedad sean parte de un sistema coordenado, o para que algunas de ellas formen un sistema coordenado. Subvariedades iniciales. Lema de factorización. Toda subvariedad incrustada es inicial. Rebanadas. Forma local de una inmersión. Extensión de funciones diferenciables definidas en una subvariedad. Teorema de la subvariedad implícita

UNIDAD II: CAMPOS TENSORIALES Y FORMAS DIFERENCIABLES. Campos vectoriales diferenciables. Extensión local de un campo a lo largo de una inmersión. Curvas integrales de un campo vectorial. Dependencia diferenciable de los valores iniciales. Flujo local y grupo local monoparamétrico asociado a un campo. Campos vectoriales completos. El corchete de Lie de campos vectoriales. La derivada de Lie de un campo vectorial. Condición para la existencia de un sistema de coordenadas cuyos campos asociados coincidan con campos vectoriales dados. **Álgebra multilineal alternante y formas diferenciales**. Funciones multilineales alternantes. Producto exterior. Formas diferenciales. La derivada exterior de formas diferenciales. Formas diferenciales cerradas o exactas. Formas simplécticas.

UNIDAD III: INTEGRACIÓN SOBRE VARIEDADES. Distribuciones. Distribuciones integrables. Distribuciones involutivas. Teorema de Frobenius local. Toda subvariedad integral de una distribución integrable es inicial. Teorema de Frobenius global. Subvariedad integral maximal. **Orientación**. Integración sobre variedades. Orientación e integración  
Orientación de espacios vectoriales de dimensión finita. Variedades orientables u orientadas Pull-back de formas diferenciales. Integración en variedades. Teorema de Stokes.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- *Foundations of differentiable manifolds and lie groups*. Warner, Frank W. Graduate Texts in Mathematics 94. New York, Springer-Verlag (1983).
- *Introduction to smooth manifolds*. Lee, John M. Graduate Texts in Mathematics 218. New York, Springer (2002).

Reservado  
N



Universidad Nacional de Salta

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS  
Av. Bolivia 5150 - 4400 - Salta  
Tel. (0387)425-5408 - Fax (0387)425-5449  
Republica Argentina

-3- ...///

ANEXO - RESCD-EXA N°: 430/2017 - EXPTE. N° 8546/2017

### BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

- *An Introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry.* Boothby, William M. Pure and Applied Mathematics 63. A Series of Monographs and Textbooks. New York-San Francisco-London, Academic Press (1975).
- *Differentiable manifolds.* Matsushima, Yozo. Translated by E. T. Kobayashi. Pure and Applied Mathematics 9. New York, Marcel Dekker (1972).
- *Cálculo en variedades.* Spivak, Michael David. Barcelona, Reverté (1970).

### REGLAMENTO DE CÁTEDRA

#### REGULARIDAD

Se realizarán tres evaluaciones parciales. Son condiciones de regularidad:

- Asistir a por lo menos el 80% de clases teórico y prácticas.
- Aprobar cada examen parcial (o su respectiva recuperación) con al menos el 60% del puntaje total.

### METODOLOGÍA DE TRABAJO

#### MODALIDAD DE DICTADO

Dictado de 4 horas semanales de carácter teórico y 6 horas semanales de carácter práctico. Clases teóricas con participación de los estudiantes en la discusión de los contenidos expuestos.

Clases prácticas con resolución de ejercicios y problemas donde consulten y expongan los razonamientos elaborados por ellos mismos al docente.

Espacios de exposición por parte de los alumnos de los problemas o resultados planteados en clases teóricas o prácticas para ponerlos en discusión con los docentes y sus compañeros.

Se aplicarán en las clases técnicas de dinámica de grupo que propicien la activa participación de los estudiantes.

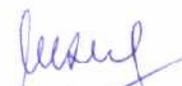
### CRONOGRAMA Y PROGRAMA DE TRABAJOS PRACTICOS

UNIDAD	TEMAS	N° DE CLASES
UNIDAD I	Variedades diferenciales	5
	Subvariedades diferenciales	5
UNIDAD II	Campos vectoriales	5
	Álgebra multilineal alternante y formas diferenciales.	5
UNIDAD III	Distribuciones	5
	Orientación e Integración	5

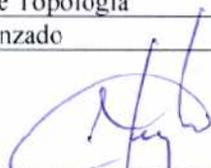
Correlatividades para cursar la asignatura:

PARA REGULARIZAR	PARA APROBAR
REGULARES	APROBADAS
Geometría Diferencial	Geometría Diferencial
Elementos de Topología	Elementos de Topología
Cálculo Avanzado	Cálculo Avanzado

rgg

  
Dra. MARÍA RITA MARTEARENA  
SECRETARÍA ACADÉMICA Y DE INVESTIGACIÓN  
FACULTAD DE CS. EXACTAS - UNSa



  
Dr. JORGE FERNANDO YAZLLE  
DECANO  
FACULTAD DE CS. EXACTAS - UNSa